

Progetto

Analisi Numerica

Calcolo degli autovalori di una matrice

Fabio Donatantonio

INDICE

Traccia	pg. 4
Metodo delle potenze	
Scopo, Specifiche d'uso, Descrizione	pg. 5
Parametri, Accuratezza, Complessità	pg. 5
Codice	pg. 6
Matrici utilizzate	pg. 7
Tolleranze utilizzate	pg. 8
Test numerici	pg. 8
Matrice A	pg. 8
Grafico matrice A	pg. 11
Matrice B	pg. 12
Grafico matrice B	pg. 15
Matrice C	pg. 16
Grafico matrice C	pg. 16
Matrice D	pg. 17
Grafico matrice D	pg. 21
Matrice E	pg. 22
Grafico matrice E	pg. 26
Comandi per i test	pg. 27
Metodo QR	
Scopo, Specifiche d'uso, Descrizione	pg. 28
Parametri, Accuratezza, Complessità	pg. 28
Codice	pg. 29
Matrici utilizzate	pg. 31
Tolleranze utilizzate	pg. 31
Test numerici	pg. 31
Matrice A	pg. 31
Grafico matrice A	pg. 37
Matrice B	pg. 38

Grafico matrice B	pg. 42
Matrice C	pg. 43
Grafico matrice C	pg. 45
Matrice D	pg. 46
Grafico matrice D	pg. 52
Matrice E	pg. 53
Grafico matrice E	pg. 55
Comandi per i test numerici	pg. 56
Conclusioni	pg. 59
Bibliografia	pg. 60

Documentazione progetto Analisi Numerica

Implementare il metodo delle potenze per il calcolo dell'autovalore di massimo modulo.

Implementare il metodo QR per il calcolo degli autovalori di una matrice.

Verificare sperimentalmente l'efficienza e l'accuratezza degli algoritmi, testando ciascun metodo con cinque differenti matrici; verificando inoltre i risultati ottenuti e l'accuratezza di quest'ultimi.

METODO DELLE POTENZE

Scopo : La funzione METODO_POTENZA calcola l'autovalore di massimo modulo della matrice di input.

Specifiche d'uso : [max_aut,iter,errori]=metodo_potenza(A,toll)

Descrizione : La funzione acquisisce in input la matrice A e la tolleranza richiesta.

Viene inizialmente calcolato l'autovalore massimo grazie al comando in linea di Matlab, che servirà per stimare l'errore commesso; viene inoltre settato il numero massimo di iterazioni ammissibili, nel nostro caso si è scelto 1000. A questo punto ha inizio effettivamente il calcolo dell'autovalore di modulo massimo.

Prima del ciclo di iterazioni, la funzione stabilisce un vettore iniziale che viene successivamente normalizzato e un contatore; ad ogni passo si effettua il controllo sulla differenza tra il valore calcolato al passo k-1 con quello al passo k. La funzione si interrompe se l'autovalore calcolato è convergente oppure se il numero di iterazioni supera la soglia dei 1000 confronti.

Parametri

Input:

- A Matrice
- toll Tolleranza

Output:

- lambda Autovalore massimo
- iter Numero di iterazioni necessarie
- error Vettore degli errori a ciascun passo di iterazione

Accuratezza : La soluzione calcolata è corretta con la tolleranza specificata in input

Complessità computazionale : La complessità computazionale varia in base al numero di iterazioni effettuate ed alla dimensione della matrice. Un tempo approssimativo potrebbe essere $(n-1)*k$

dove n è la dimensione della matrice e k
è il numero di iterazioni necessarie.

Codice funzione Matlab :

```
% Metodo delle potenze
% Calcolo dell'autovalore di massimo modulo
% Preso in input la matrice A e una tolleranza toll, la funzione
% restituisce l'autovalore di massimo modulo e un vettore degli errori.
% Inoltre la funzione restituisce il numero di iterazioni necessarie per
% giungere all'accuratezza desiderata.
% Fabio Donatantonio 556/001284
% Salerno 24/11/2008

function [lambda,iter,error] = metodo_potenza(A,toll)
[row,col] = size(A);
n=row;
[V D]=eig(A); %matrice degli autovettori e degli autovalori
lmax=max(diag(D)) %autovalore di modulo massimo
tau=toll; %tolleranza richiesta
maxn=1000; %massimo numero di iterazioni
%ricerca dell'autovalore di modulo massimo con il metodo delle potenze
x0=rand(n,1); %vettore di iterazione iniziale
q=x0/norm(x0); %vettore di iterazione iniziale normalizzato in norma 2
lambdap=0;
lambda=1; %inizializzazione dell'autovalore di modulo massimo
iter=0; %inizializzazione del contatore
%il ciclo while compie le iterazioni sino a convergenza
while (abs(lambdap-lambda)>tau) & (k<maxn)
lambdap=lambda;
x=A*q;
q=x/norm(x);
lambda=q'*A*q;
errore=abs(lambda-lmax); %errore al generico passo rispetto all'autovalore di
    %modulo max già calcolato
error(iter+1,1)=errore; %metto in un vettore l'errore appena calcolato
iter=iter+1;
end
```

Matrici utilizzate per i test : Le matrici A, B, C, D, E sono state create utilizzando le funzioni Matlab crea_matrice_X(x,y,z). Dove X identifica la matrice (A,B,C,D o E), e x,y e z sono gli input per la creazione delle matrici. Le matrici sono state create utilizzando x=2 , y=8 e z=4; ultimi tre valori del numero di matricola dello studente.

Matrice A :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
35.288	-56.177	19.018	158.13	54.632	-110.8	-173.1	78.432	-3.006	18.592
51.731	-76.196	23.581	241.74	101.06	-190.96	-280.93	125.55	-0.56181	42.377
49.485	-91.573	31.219	250.13	98.886	-191.2	-283.76	127.86	-0.4305	44.167
37.478	-63.415	20.009	188.65	71.314	-137.66	-209.14	93.713	-1.7049	27.963
50.706	-86.031	24.537	242.78	104.1	-193.49	-278.09	127.39	0.013605	43.656
39.54	-67.036	20.306	190.93	72.655	-135.68	-217.38	98.399	-4.3206	30.495
20.549	-43.58	13.424	115.41	41.913	-82.414	-122.03	57.674	0.22679	15.514
16.798	-35.894	9.0736	93.188	36.672	-68.233	-105.16	52.51	0.9957	15.955
22.105	-41.039	13.267	114.99	36.699	-76.522	-124.17	56.98	2.2578	11.608
29.938	-55.265	16.607	152.66	59.248	-110.47	-175.14	78.397	-3.6988	30.694

Matrice B :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-4.4459	-14.58	-3.8985	8.316	3.4515	-5.8799	10.224	9.7883	-4.0727	-4.3676
-9.5427	-5.587	-2.5394	5.633	1.1825	-5.7767	9.3979	8.9994	-3.4544	-2.9496
-8.7924	-10.238	3.537	5.5372	-0.14761	-2.8754	4.3149	7.1209	-2.3589	0.54652
-4.4242	-6.3868	1.613	5.3131	-1.5877	1.5598	-1.4828	1.0985	0.9373	4.487
-12.799	-14.815	-5.4046	8.4123	8.8463	-12.876	17.725	13.996	-5.9477	-7.0963
-8.6588	-7.5314	-4.9398	5.9966	-0.28381	-2.2344	11.038	10.511	-3.6025	-4.4491
-17.48	-18.167	-6.7568	10.241	2.6154	-14.997	27.061	17.834	-7.3216	-7.1674
-16.809	-21.037	-8.3036	14.518	4.4191	-11.52	19.98	24.155	-6.6589	-10.671
-10.383	-13.956	-2.3654	6.6234	1.403	-3.9295	6.633	8.9555	3.0492	-0.77526
-19.319	-21.768	-8.1346	12.084	5.0615	-18.387	28.256	20.007	-7.6784	-6.6937

Matrice C :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-0.78212	-2.2723	7.6032	-3.3411	-4.6914	11.548	-2.5335	-8.9274	3.4543	-5.1426
0.3082	-2.2296	9.9742	-6.2834	-3.8358	13.641	-0.51618	-13.353	3.9375	-8.3997
-0.040198	-2.7898	10.132	-5.7325	-3.8842	13.534	-0.76545	-12.763	3.8761	-8.3158
-1.0756	-1.7393	5.678	-2.2615	-3.8195	8.806	-1.7883	-7.0406	2.97	-3.6017
0.22797	-4.1291	13.651	-7.6462	-5.2155	18.776	-1.382	-17.039	5.1366	-11.543
-0.34513	-5.0945	17.031	-9.1155	-7.7165	24.314	-2.4093	-21.247	6.7332	-13.866
-0.7319	1.2644	-3.8382	2.0787	0.18491	-3.6548	0.028674	3.1759	-0.25387	4.0727
1.0086664	1.2183	-3.6633	1.7454	0.81802	-3.9116	0.038117	3.3949	-0.65563	3.4132
-0.83022	-2.6386	9.1596	-4.417	-5.0492	13.385	-2.0809	-11.368	4.2401	-6.5877
-0.70963	-9.478	31.343	-16.331	-12.953	42.346	-3.8012	-37.045	11.205	-25.793

Matrice D :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-16.45	-12.769	10.598	13.383	5.8893	0.95427	-9.1011	11.394	11.249	-15.785
-35.326	-20.719	22.661	29.276	10.452	0.80537	-18.621	20.721	22.834	-32.833
-31.539	-20.626	20.551	25.816	9.7308	1.1518	-16.707	19.409	20.51	-29.198
-23.582	-12.685	15.589	20.199	6.9562	0.51606	-12.338	13.489	13.835	-21.638
-26.043	-12.138	17.557	22.207	7.3836	0.085218	-13.811	14.598	14.53	-23.651
-81.601	-62.859	49.204	66.374	25.794	4.6923	-42.286	50.236	62.061	-78.175
-19.997	-13.031	12.79	16.339	6.5741	0.81351	-10.173	12.582	12.326	-18.558
-15.34	-5.2502	11.066	12.791	4.5402	-0.26293	-8.3999	9.243	6.3393	-13.397
-24.16	-17.765	15.042	19.437	7.913	0.94104	-12.963	15.486	17.492	-22.875
-15.118	-3.7389	11.24	13.106	3.7197	-0.62381	-8.1788	7.7967	6.0421	-12.652

Matrice E :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.6916	-3.8901	2.5986	4.257	-4.9761	1.85	-0.92716	-0.14319	1.5802	-2.3452
0.50969	0.51871	0.19723	0.035696	-0.37382	-0.15888	-0.43554	0.34099	0.29614	-0.46587
0.4825	-0.78529	1.0195	0.6981	-1.2911	0.38169	-0.17396	0.139	0.64961	-0.73041
0.42404	-0.28148	0.55113	0.92152	-0.65751	0.073238	-0.60331	0.39999	0.37771	-1.02
0.25951	-1.9764	1.5584	2.1372	-1.8984	1.0306	-0.32017	0.050619	0.66013	-1.5733
0.25038	-2.3813	2.1888	2.8183	-2.8583	1.9666	-0.52191	-0.2097	0.51307	-1.9446
0.70602	-2.1971	1.5075	2.0952	-2.5403	0.86021	-0.054488	0.1508	1.0085	-1.4799
0.45855	-0.85936	1.2077	1.1072	-1.3103	0.37762	-0.60187	0.79451	0.41388	-1.4244
-0.4005	0.8364	-0.11904	-1.0551	1.0681	-0.54221	0.37563	0.32904	0.08213	0.028779
-0.037662	0.63566	0.15449	-0.49982	0.42145	-0.10014	-0.24879	0.12456	-0.086295	-0.021658

Tolleranze utilizzate

Tolleranza 1 : 10^{-3}

Tolleranza 2 : 10^{-6}

Tolleranza 3 : 10^{-10}

Tolleranza 4 : Tolleranza massima - EPS

Test Numerici

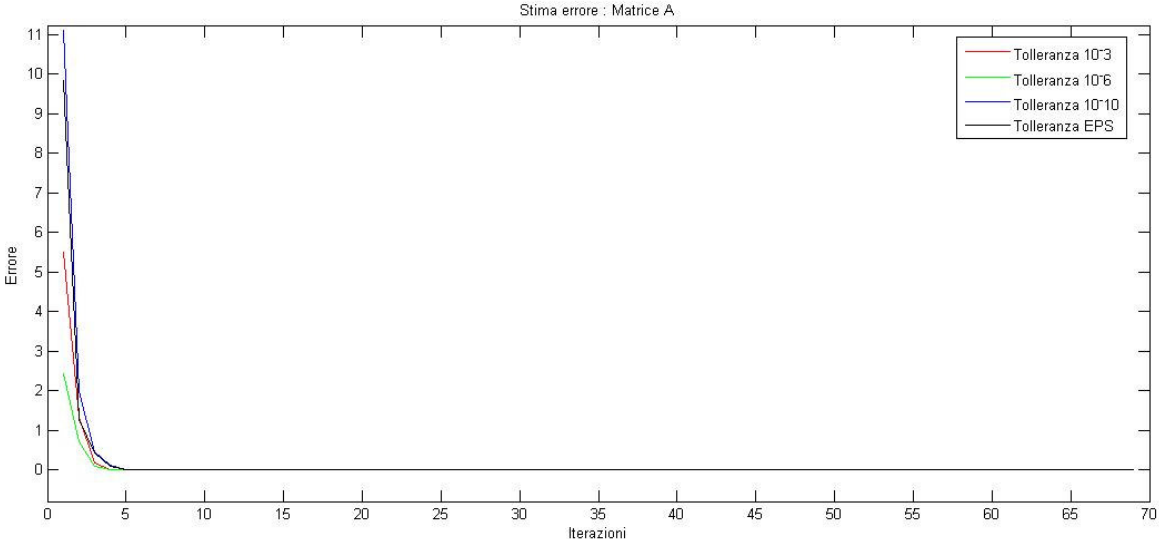
1) Matrice A

Tolleranza	Autovalore Funzione	Autovalore Matlab	N° Iter	Stima degli Errori
10^{-3}	57.50002927725357	57.50000000000013	7	5.50145983507554 1.33317068743975 0.18588507590506 0.02140172621723 0.00194551202512 0.00006724798257 0.00002927725344
10^{-6}	57.50000015699830	57.50000000000013	11	2.44666242519697 0.71635861683146 0.09249631705269 0.00807995035508 0.00005028775026 0.00020514911663 0.00006894084004 0.00001716101946 0.00000379247358 0.00000078670777 0.00000015699817

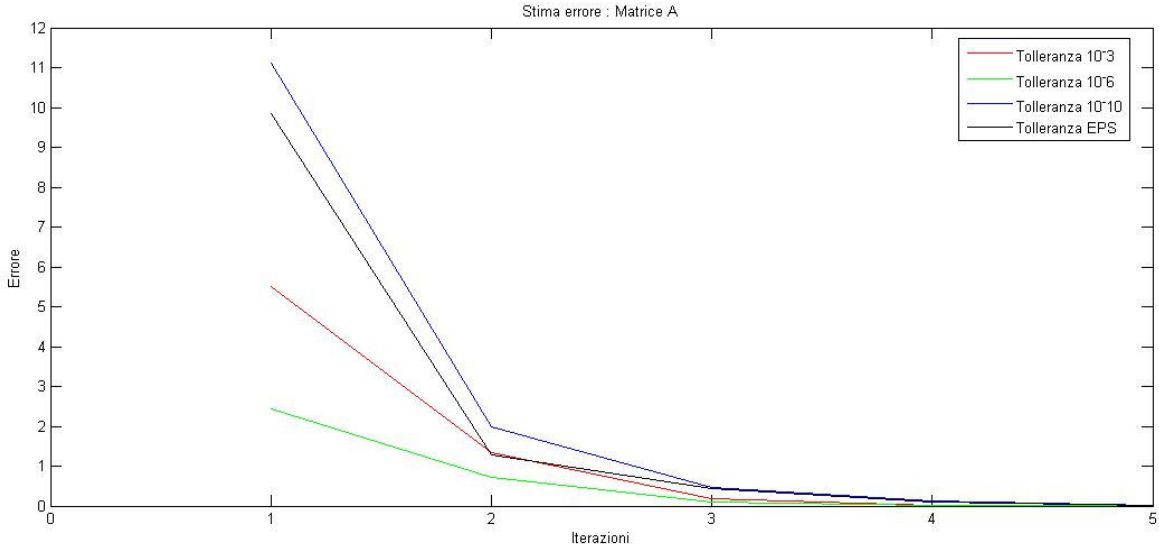
10 ⁻¹⁰	57.49999999998940	57.50000000000013	18	11.12532795303938 1.97185095580794 0.47660941861487 0.11294047992600 0.02501895736330 0.00526515385079 0.00106831733359 0.00021108228474 0.00004088835624 0.00000780220199 0.00000147168188 0.00000027511390 0.00000005106964 0.00000000942798 0.00000000173308 0.00000000031771 0.00000000005804 0.00000000001073
EPS	57.49999999999997	57.50000000000013	69	9.83899996005582 1.28069586222067 0.43961169418713 0.09028788614783 0.01647972233751 0.00288778488969 0.00049929136648 0.00008617794518 0.00001492707011 0.00000260052783 0.00000045600390 0.00000008047590 0.00000001428731 0.00000000255000 0.00000000045704 0.00000000008214 0.00000000001457 0.00000000000253 0.00000000000044 0.00000000000001 0.000000000000026 0.000000000000007 0.000000000000005 0.000000000000007 0.000000000000014 0.000000000000009

				0.00000000000006
				0.00000000000011
				0.00000000000010
				0.00000000000011
				0.00000000000006
				0.00000000000020
				0.00000000000026
				0.00000000000021
				0.00000000000014
				0.00000000000019
				0.00000000000006
				0.00000000000010
				0.00000000000015
				0.00000000000013
				0.00000000000010
				0.00000000000014
				0.00000000000006
				0.00000000000006
				0.00000000000013
				0.00000000000016
				0.00000000000036
				0.00000000000028
				0.00000000000014
				0.00000000000006
				0.00000000000006
				0.00000000000020
				0.00000000000005
				0.00000000000004
				0.00000000000006
				0.00000000000016
				0.00000000000005
				0.00000000000041
				0.00000000000018
				0.00000000000017
				0.00000000000009
				0.00000000000003
				0.00000000000019
				0.00000000000006
				0.00000000000037
				0.00000000000031
				0.00000000000015
				0.00000000000016
				0.00000000000016

Grafico della stima dell'errore per la matrice A :



Zoom



2) Matrice B

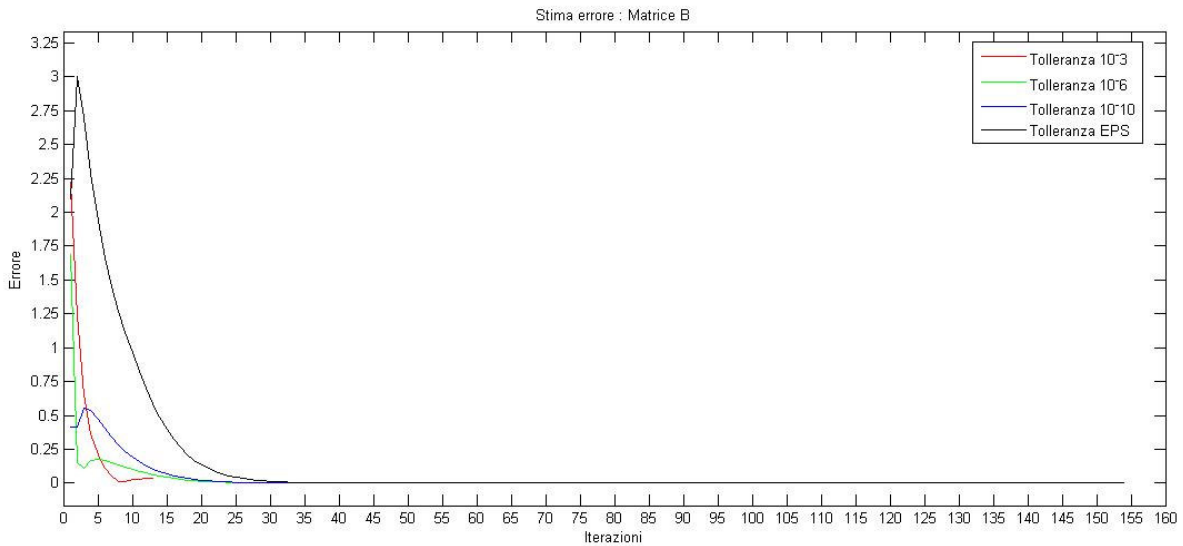
Tolleranza	Autovalore Funzione	Autovalore Matlab	N° Iter	Stima degli Errori
10^{-3}	9.96698617821059	10.000000000000000	13	2.22029367825823 1.23694767894637 0.64985594926221 0.36455802928883 0.20719052382617 0.11072148538649 0.04925132844899 0.01046707549831 0.01296195305745 0.02600162375366 0.03216212149127 0.03392464190291 0.03301382178941
10^{-6}	9.99999639457972	10.000000000000000	58	1.68743716523871 0.15159750709438 0.10922468496564 0.16761043638587 0.17514344845810 0.16703910060883 0.15329989793704 0.13735850590633 0.12081436798534 0.10463806611098 0.08946048018774 0.07565848173043 0.06341019261821 0.05274811051700 0.04360760860019 0.03586648722379 0.02937427461769 0.02397223202107 0.01950595924498 0.01583259280852 0.01282430169822 0.01036939223047 0.00837196420634 0.00675076175914 0.00543763940707 0.00437590611294 0.00351870285416

				0.00282749859874 0.00227074461912 0.00182269949887 0.00146242110254 0.00117291310679 0.00094040966949 0.00075378061546 0.00060403995224 0.00000360542029
10^{-10}	9.99999999967291	10.000000000000000	101	0.41305889487765 0.41754447350325 0.55628040140013 0.53770743412553 0.47582357817258 0.40623522397914 0.34075207336907 0.28286760607162 0.23313907394535 0.19110385452217 0.15596169363905 0.12682768088332 0.10283559146902 0.08318438995494 0.06715883344293 0.05413591539033 0.04358295031208 0.03505089977785 0.02816535613326 0.02261676874537 0.01815088295796 0.01455992656466 0.01167478921549 0.00935826055587 0.00749928987860 0.00600817725016 0.00481258433382 0.00385424953512 0.00308629830775 0.00247105034943 0.00197823796502 0.00158356238752 0.00126752645964

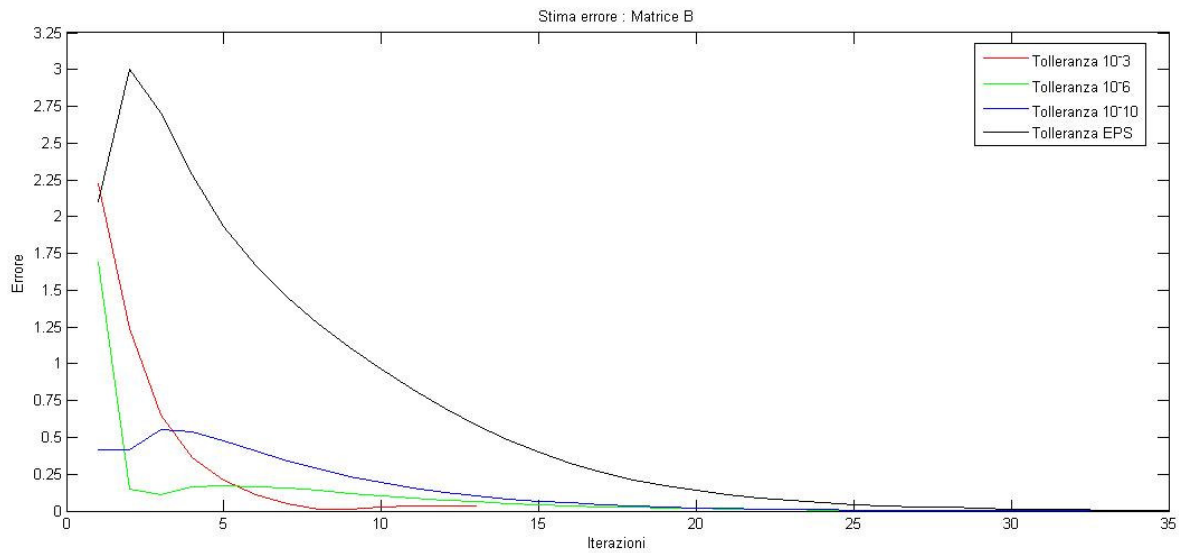
				0.00101449240615 0.00081192236383 0.00064976692780 0.00051997333656 0.00041609020033 0.00033295003307 0.00026641441543 0.00021316952971 0.00017056217587 0.00013646829881 0.00010918761225 0.00008735916027 0.00006989367086 0.00005591937241 0.00004473860037 0.00003579305044 0.00002863595846 0.00002290982885 0.00001832860615 0.00001466340484 0.00001173108766 0.00000938512468 0.00000750827790 0.00000600674696 0.00000000032709
EPS	9.99999999999999	10.00000000000000	154	2.10134159757672 3.00238759267206 2.70098233969101 2.28534255131314 1.93526811595454 1.66494793838910 1.45138013770775 1.27178868814586 1.11170076935833 0.96414080134176 0.82705713622267 0.70094402105973 0.58709601721290 0.48654872718441 0.39961595292337 0.32584742964989 0.26420970664925

			0.21333194322996
			0.17172362381049
			0.13792865155834
			0.11061556236788
			0.08861851443211
			0.07094608594624
			0.05677181772698
			0.04541610022729
		
		
			0.00000000000001

Grafico della stima dell'errore per la matrice B :



Zoom



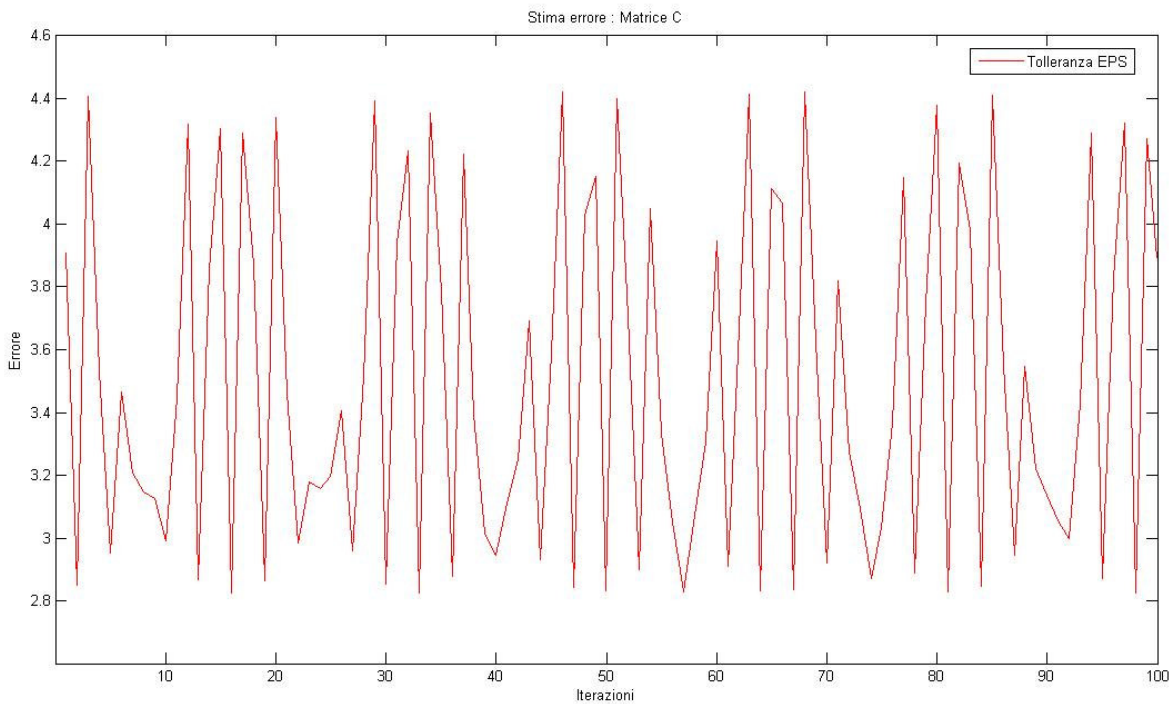
3) Matrice C

Per la matrice C in 1000 iterazioni non è possibile ottenere l'accuratezza richiesta.

Con Matlab l'autovalore di modulo massimo risulta :

$1.400000000000003 + 2.82665880502056i$

E' interessante studiare il grafico con tolleranza EPS per notare la mancata convergenza :



4) Matrice D

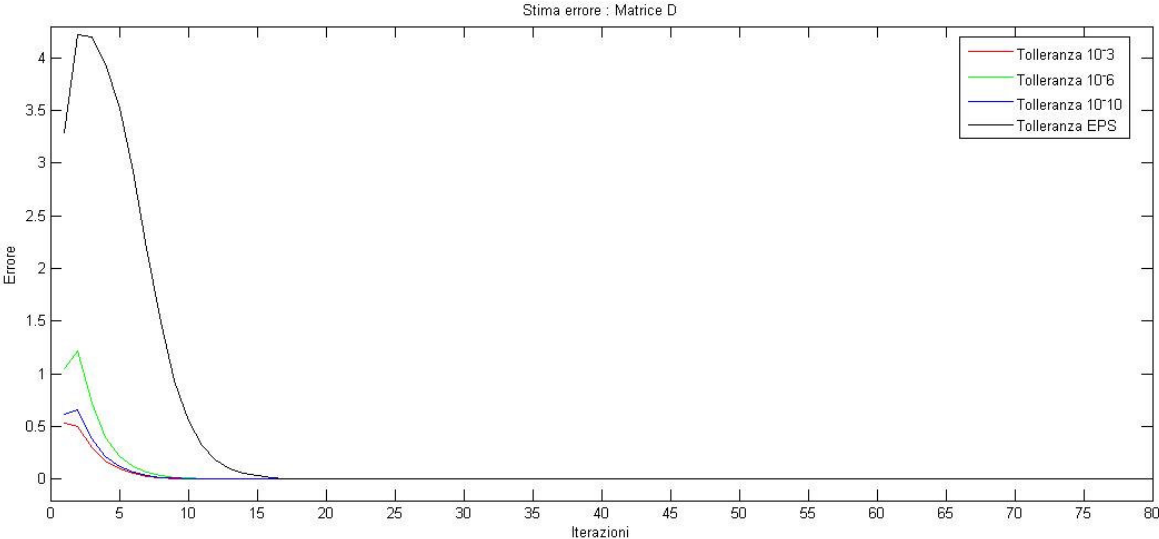
Tolleranza	Autovalore Funzione	Autovalore Matlab	N° Iter	Stima degli Errori
10^{-3}	10.39908032125144	10.39999999999993	13	0.53583811284793 0.49756325229095 0.30185936851309 0.17255837760075 0.09722261935265 0.05449351279565 0.03047160909851 0.01701847362456 0.00949868420393 0.00529970107774 0.00295633443563 0.00164895238068 0.00091967874849
10^{-6}	10.40000101542272	10.39999999999993	26	1.04767606136961 1.22331808667138 0.72308018554243 0.39880596373061 0.21949993326159 0.12134442950628 0.06731958509853 0.03743075142656 0.02083927373039 0.01161076407293 0.00647175670808 0.00360816530633 0.00201190863189 0.00112192096358 0.00062565402156 0.00034891227226 0.00019458252907 0.00010851619643 0.00006051834220 0.00003375051879 0.00001882237514 0.00001049708458 0.00000585414050 0.00000326480829 0.00000182075820 0.00000101542279

10 ⁻¹⁰	10.40000000008616	10.39999999999993	41	0.61568834067090 0.66115623575087 0.38336497416447 0.21241280984921 0.11756120329926 0.06523932689406 0.03627806538428 0.02019862391602 0.01125415400013 0.00627308805783 0.00349743475321 0.00195017542783 0.00108749917218 0.00060645922661 0.00033820809666 0.00018861308371 0.00010518714207 0.00005866177265 0.00003271513001 0.00001824494853 0.00001017505882 0.00000567454936 0.00000316465173 0.00000176490169 0.00000098427200 0.00000054892093 0.00000030612895 0.00000017072576 0.00000009521245 0.00000005309927 0.00000002961308 0.00000001651501 0.00000000921028 0.00000000513656 0.00000000286460 0.00000000159758 0.00000000089097 0.00000000049688 0.00000000027709 0.00000000015455 0.00000000008623
-------------------	-------------------	-------------------	----	--

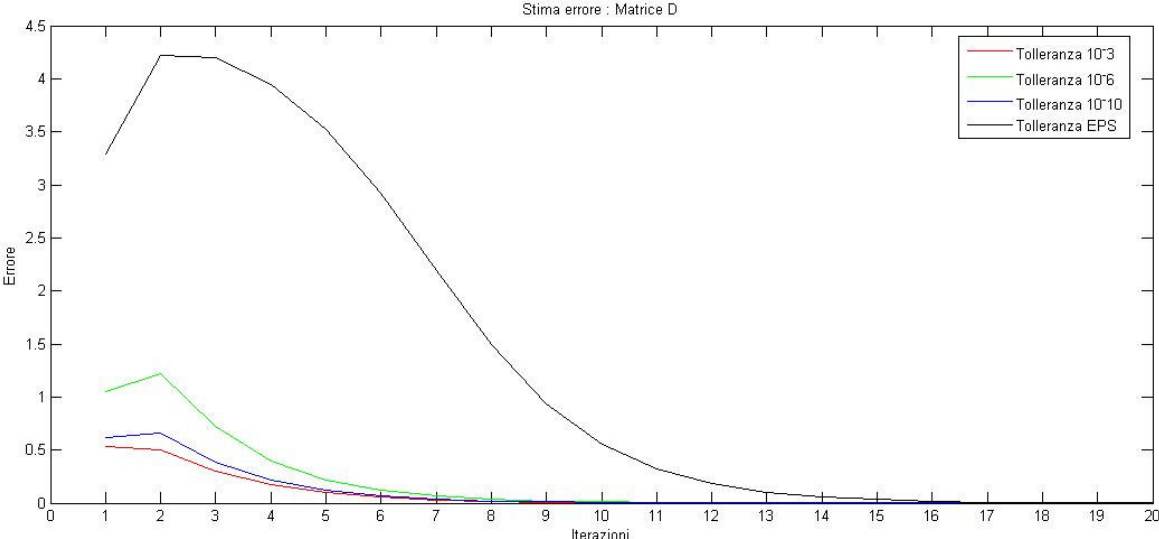
EPS	10.39999999999994	10.39999999999993	81	3.29190222810775 4.22382149281028 4.20109946613148 3.95038126666133 3.52542109794882 2.92020733272697 2.19619468531270 1.49352765167115 0.93595969211884 0.55608311552290 0.32061000128454 0.18195484362053 0.10242477029172 0.05741024239185 0.03210573894333 0.01793240210699 0.01000920316505 0.00558467303376 0.00311534190857 0.00173765475332 0.00096915519183 0.00054051480420 0.00030144853885 0.00016811789183 0.00009375878916 0.00005228878383 0.00002916112351 0.00001626295635 0.00000906973251 0.00000505812218 0.00000282087646 0.00000157318132 0.00000087735120 0.00000048929200 0.00000027287437 0.00000015217996 0.00000008486954 0.00000004733107 0.00000002639615 0.00000001472092 0.00000000820975 0.00000000457846 0.00000000255338 0.00000000142397
-----	-------------------	-------------------	----	--

			0.00000000079418
			0.00000000044287
			0.00000000024699
			0.00000000013770
			0.00000000007684
			0.00000000004283
			0.00000000002390
			0.00000000001332
			0.00000000000741
			0.00000000000413
			0.00000000000230
			0.00000000000130
			0.00000000000070
			0.00000000000039
			0.00000000000018
			0.00000000000011
			0.00000000000006
		
		
			0.00000000000001

Grafico della stima dell'errore per la matrice D :



Zoom



5) Matrice E

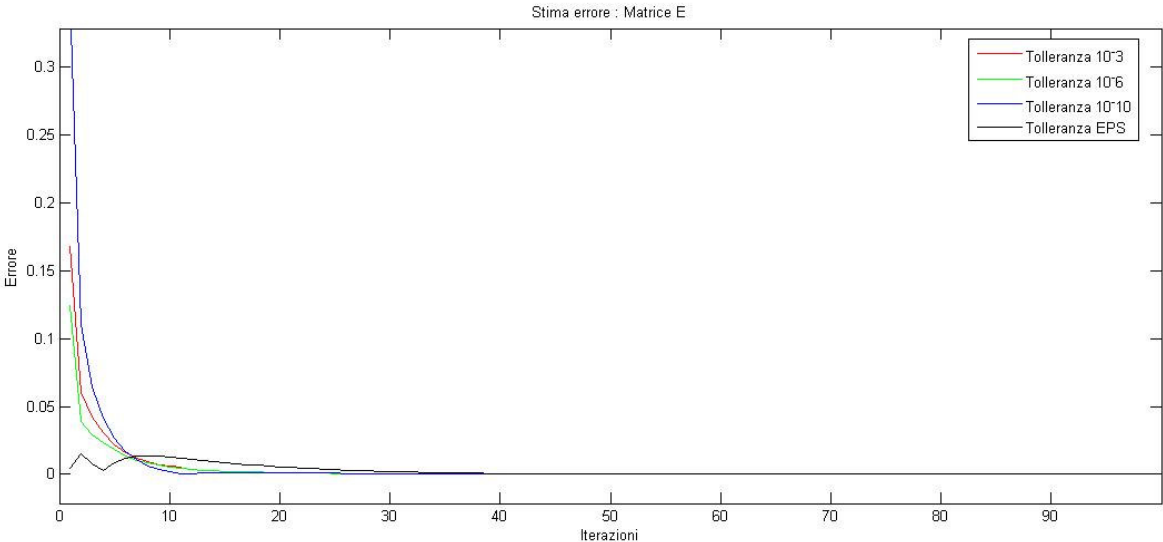
Tolleranza	Autovalore Funzione	Autovalore Matlab	N° Iter	Stima degli Errori
10^{-3}	1.00495894078251	1.00000090000000	11	0.16773317567839 0.06012421298750 0.04208170939716 0.03037140340570 0.02176311296641 0.01584503505810 0.01186587791146 0.00916697984753 0.00729244770908 0.00595038802579 0.00495804078250
10^{-6}	1.00000982404239	1.00000090000000	67	0.12432099922388 0.03939066086327 0.02930972073333 0.02347772051898 0.01809333485140 0.01377347288264 0.01057336114049 0.00826472726686 0.00659809233593 0.00537741432226 0.00446424048175 0.00376470759184 0.00321599613466 0.00277599389264 0.00241618060941 0.00211693759807 0.00186451097853 0.00164905486132 0.00146336639552 0.00130206117515 0.00116102925425 0.00103707110428 0.00092765010632 0.00083072145513 0.00074461187571 0.00066793363977 0.00059952209472 0.00053838955777 0.00048369077076

				0.00043469663825 0.00039077398136 0.00035136971656 0.00031599832986 0.00028423183405 0.00025569161883 0.00023004176042 0.00020698346922 0.00018625043512 0.00016760488860 0.00015083423933 0.00013574818539 0.00012217621050 0.00010996540410 0.00009897855290 0.00008909246243 0.00008019647542 0.00007219115948 0.00006498714173 0.00005850407128 0.00005266969406 0.00004741902625 0.00004269361494 0.00003844087604 0.00003461350085 0.00003116892379 0.00002806884458 0.00002527879922 0.00002276777460 0.00002050786201 0.00001847394586 0.00001664342364 0.00001499595415 0.00001351323104 0.00001217877907 0.00001097777085 0.00000989686192 0.00000892404239
--	--	--	--	--

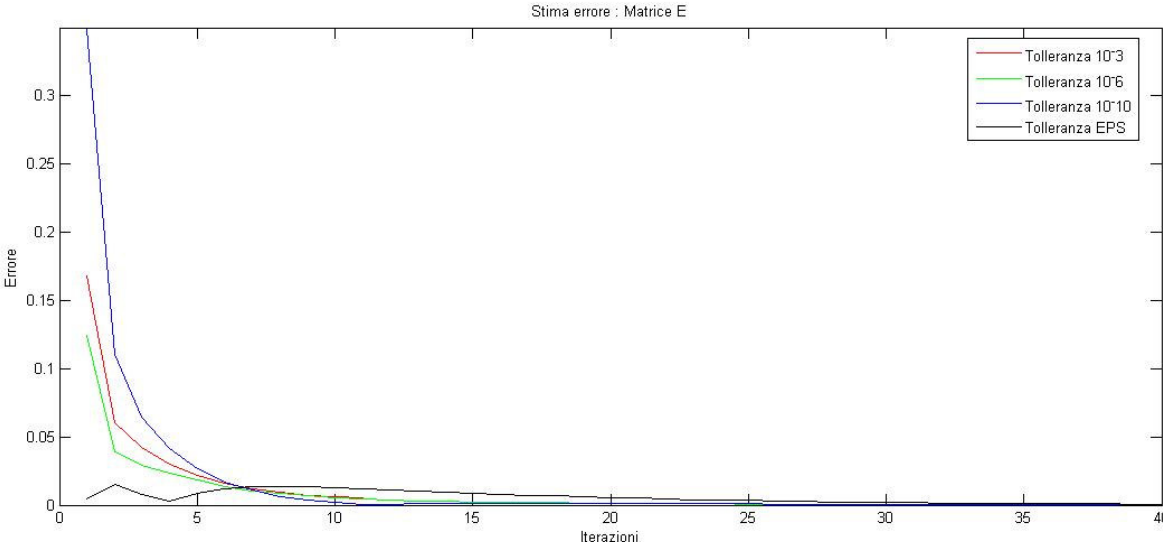
10 ⁻¹⁰	1.00000046968535	1.00000090000000	157	0.34887526261470 0.11068266107241 0.06428646923018 0.04144436082183 0.02682814833471 0.01718850261822 0.01079410055567 0.00653209267904 0.00368288596708 0.00177982167554 0.00051703112947 0.00030877940998 0.00083465337139 0.00115416655519 0.00133190713518 0.00141283210643 0.00142841921604 0.00140078119825 0.00134546108688 0.00127335849247 0.00119207337675 0.00110685312511 0.00102126556714 0.00093768030557 0.00085761454496 0.00078198230959 0.00071127430428 0.00064568772126 0.00058521978640 0.00052973497040 0.00047901304805 0.00043278322505 0.00039074813732 0.00035260050167 0.00031803445011 0.00028675303398 0.00025847298518 0.00023292752799 0.00020986782048 0.00018906344611 0.00017030226028 0.00015338981160 0.00013814849507 0.00012441654896
-------------------	------------------	------------------	-----	--

				0.00011204697387 0.00010090642811 0.00009087413628 0.00008184083505 0.00007370777122 0.00006638576081 0.00005979431322 0.00005386082165 0.00004851981870 0.00004371229479 0.00003938507619 0.00003549025885 0.00003198469434 0.00002882952368 0.00002598975526 0.00002343388319 0.00002113354240 0.00001906319727 0.00001719986063 0.00001552284035 0.00001401351090 0.00001265510741 0.00001143254015 0.00001033222744 0.00000934194509 0.00000845069087 0.00000764856247 0.00000692664759 0.00000043031465
EPS	Convergenza non raggiunta con 1000 iterazioni. Il test è stato inoltre eseguito anche per 10000 e 100000 iterazioni massime senza raggiungere la convergenza.	1.00000090000000	----	-----

Grafico della stima dell'errore per la matrice E :



Zoom



Comandi per i test numerici del metodo delle potenze

(Direttamente nella Command Window di Matlab)

```
>> % Chiamo la funzione sulla matrice A, passando in input la tolleranza  
>> [Autovalore, iterazioni, errori]=metodo_potenza(A, 10^-3)
```

lmax =

57.50000000000013

Autovalore =

57.50021233642764

iterazioni =

7

errori =

3.11030801008749
0.40347888112623
0.09543040832856
0.02271888839709
0.00503742788067
0.00105504486974
0.00021233642751

```
>> % Creo il Grafico  
>> hold on  
>> title('Stima errore : Matrice A')  
>> xlabel('Iterazioni')  
>> ylabel('Errore')  
>> plot(errori,'r')  
>> legend('Tolleranza 10^-3')  
>> % Il procedimento va ripetuto per ogni tolleranza  
>>  
>> % Il risultato finale sarà il grafico degli errori  
>>
```

METODO QR

Scopo : La funzione METODO_QR calcola tutti gli autovalori della matrice di input, utilizzando appunto la fattorizzazione QR.

Specifiche d'uso : [A, vetAutovalori, err, veterr, iter]= metodo_qr(M, toll)

Descrizione : La funzione acquisisce in input la matrice M e la tolleranza richiesta.

Dopo aver settato alcune variabili, tra cui il numero massimo di iterazioni, la funzione effettua a ogni ciclo una stima dell'errore commesso e successivamente la fattorizzazione QR della matrice; controllando ad ogni passo la soglia di tolleranza e il numero massimo di iterazioni. Inoltre a ogni iterazione viene implementato il vettore che conterrà l'errore commesso ad ogni passo e relativamente a ciò sarà aggiornata la stima dell'errore. La funzione si interrompe se viene raggiunta la convergenza oppure altrimenti se il numero di iterazioni ha superato la soglia massima, provocando quindi una mancata convergenza.

Parametri

Input:

- M Matrice
- toll Tolleranza

Output:

- A Matrice della fattorizzazione
- vetAutovalori Gli autovalori della matrice di input
- err Stima dell'errore
- veterr Vettore degli errori a ciascun passo di iterazione
- iter Numero di iterazioni effettuate

Accuratezza : La soluzione calcolata è corretta con la tolleranza specificata in input

Complessità computazionale : La complessità computazionale varia in base al numero di iterazioni effettuate ed alla dimensione della matrice. Un tempo approssimativo potrebbe essere $(n-1)*k$

dove n è la dimensione della matrice e k è il numero di iterazioni necessarie.

Codice funzione Matlab

```
% Calcolo autovalori metodo_QR
function [A, vetAutovalori, err, veterr, iter]= metodo_qr(M, toll)

% QR_forma_base
% Calcolo degli autovalori con il metodo QR nella forma base.
%
% PARAMETRI DI INPUT:
% M:    matrice di cui si vogliono calcolare gli autovalori
% toll:  tolleranza
%
% PARAMETRI DI OUTPUT:
% A:    è una matrice simile a M
% vetAutovalori: autovalori della matrice M
% err:   stime dell'errore
% veterr: vettore che contiene gli errori alle varie iterazioni
% iter:  numero effettivo di iterazioni
%
% Fabio Donatantonio Matricola:556/001284
% Salerno 25/11/2008

A = M; % Assegniamo alla variabile A la matrice di input

vetAutovalori = diag(A); %Assegniamo vetAutovalori la diagonale di A

iter = 1; %Settiamo il contatore delle iterazioni

maxit = 10000; %Impostiamo il numero massimo di iterazioni possibile

flagIter=0; % Esito del metodo ( se 1 allora mancata convergenza nelle
            % 10000 iterazioni )

% Calcoliamo n in base alla dimensione della matrice

n = size(A,1);

% inizio del ciclo
for k=n:-1:2
```

```

% calcolo stima dell'errore
err(k, 1)=abs(A(k,k-1))/(abs(A(k-1,k-1))+abs(A(k,k)));

%Calcolo la fattorizzazione qr
while err(k, 1) > toll & iter <= maxit
    [Q, R] = qr(A);
    A = R*Q;

    % calcolo nuova stima dell'errore
    err(k, 1) = abs(A(k,k-1)) / (abs(A(k-1,k-1))+abs(A(k,k)));

    %Creiamo il vettore degli errori commessi ad ogni iterazione
    veterr(iter) = err(k, 1);

    % Incremento contatore iterazioni
    iter = iter + 1;
end

% calcolo la norma infinito della stima dell'errore
err = norm(err, 'inf');

if (err > toll) % se siamo usciti dal while con err>toll
    flagIter = 1; % numero di iterazioni non sufficiente
end

vetAutovalori(k, 1) = A(k, k);
end

veterr = veterr';

vetAutovalori(1,1) = A(1,1);
iter = iter - 1;
if (flagIter == 1)
    fprintf('Metodo QR: in %d itrazioni non è possibile ottenere l'accuratezza
richiesta \n', maxit);
end

```

Matrici utilizzate per i test : Le matrici A, B, C, D, E sono le medesime utilizzate nel metodo delle potenze. (Vedi Metodo Potenze)

Tolleranze utilizzate

Tolleranza 1 : 10^{-3}

Tolleranza 2 : 10^{-6}

Tolleranza 3 : 10^{-10}

Tolleranza 4 : Tolleranza massima - EPS

Test Numerici

1) Matrice A

Autovalori generati dal comando in linea di Matlab:

57.50000000000013
 10.49999999999993
 10.29999999999950
 8.50000000000079
 1.49999999999989
 2.49999999999999
 3.49999999999989
 4.49999999999981
 6.50000000000016
 5.49999999999975

Tolleranza	Autovalori Funzione	Stima Errore	N° Iter	Stima degli Errori ad ogni iterazione
10^{-3}	57.50000000000011 10.30373169526221 10.50609842218887 8.49021320659378 6.50027888634615 5.50001907748694 4.49968816890739 3.50251051973218	9.747540713910830e- 004	33	0.07628193722136 0.00437423983416 0.01224935450301 0.01329749926477 0.01019438816314 0.00692675766612 0.00445079153205 0.00277868404988

	2.49399485601975 1.50094042735289			0.00170757022758 0.00103986361116 0.00062983566770 0.04455436338113 0.04108543398082 0.03665077286259 0.03187121730518 0.02719718645590 0.02289742831457 0.01909655254539 0.01582398449944 0.01305504375053 0.01073917429179 0.00881701459355 0.00722967364327 0.00592318005190 0.00485018268148 0.00397020051830 0.00324917542528 0.00265874162308 0.00217542688245 0.00177988918684 0.00145623279174 0.00119141676022 0.00097475407139
10 ⁻⁶	57.50000000000011 10.50000017368786 10.29999982631182 8.49999183550029 6.50000092252812 5.49999947321651 4.49999960527529 3.49999611446290 2.49999396950342 1.50000108480427	9.999573676167105e- 007	656	0.07628193722136 0.00437423983416 0.01224935450301 0.01329749926477 0.01019438816314 0.00692675766612 0.00445079153205 0.00277868404988 0.00170757022758 0.00103986361116 0.00062983566770 0.00038022343735 0.00022905822251 0.00013780731956 0.00008283604550 0.00004976394733 0.00002988417252 0.00001794125544 0.00001076925671

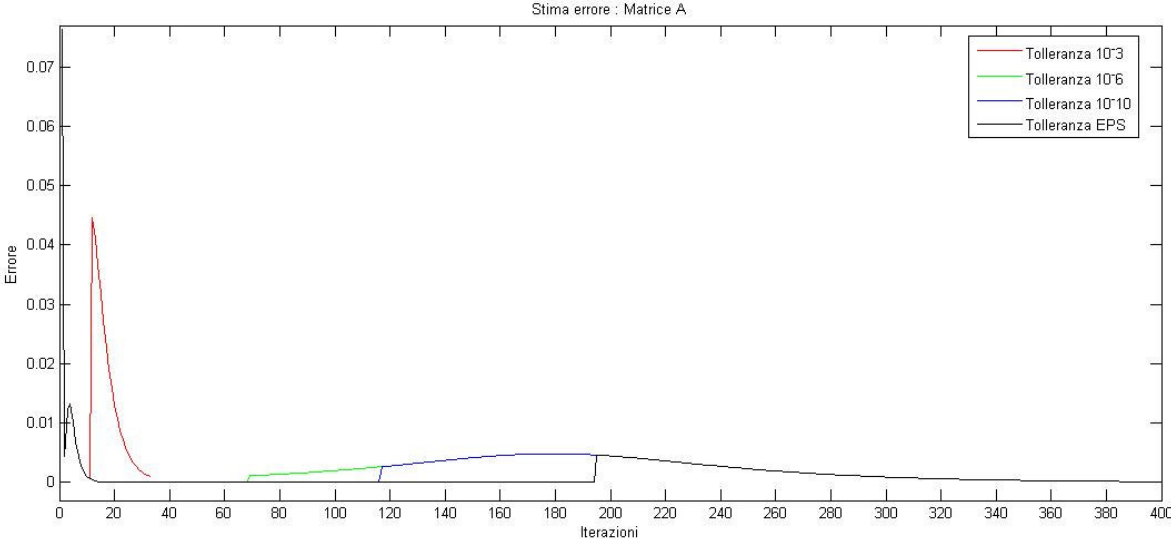
			0.00000646344838
			0.00000387886868
			0.00000232765972
			0.00000139673947
			0.00000083810474
			0.00000336360332
			0.00000239684263
			0.00000170884805
			0.00000121883858
			0.00000086961764
			0.00001292787706
			0.00001005519790
			0.00000782062591
			0.00000608255146
			0.00000473071850
			0.00000367932065
			0.00000286159807
			0.00000222561866
			0.00000173098894
			0.00000134629220
			0.00000104709435
			0.00000081439227
			0.00016011892673
			0.00013100518942
			0.00010718527612
			0.00008769653240
			0.00007175137828
			0.00005870546172
			0.00004803160698
			0.00003929850274
			0.00003215326744
			0.00002630718604
			0.00002152404130
			0.00001761056721
			0.00001440863881
			0.00001178888224
			0.00000964544686
			0.00000789172808
			0.00000645686788
			0.00000528289169
			0.00000432236591
			0.00000353648126
		
		

				0.00000099995737
10 ⁻¹⁰	57.50000000000011 10.50000000001747 10.29999999998212 8.49999999941803 6.50000000030503 5.49999999972106 4.4999999996093 3.49999999952962 2.49999999933326 1.50000000011016	9.984747920106986e- 011	1135	0.07628193722136 0.00437423983416 0.01224935450301 0.01329749926477 0.01019438816314 0.00692675766612 0.00445079153205 0.00277868404988 0.00170757022758 0.00103986361116 0.00062983566770 0.00038022343735 0.00022905822251 0.00013780731956 0.00008283604550 0.00004976394733 0.00002988417252 0.00001794125544 0.00001076925671 0.00000646344838 0.00000387886868 0.00000232765972 0.00000139673947 0.00000083810474 0.00000050288884 0.00000030174439 0.00000018105136 0.00000010863284 0.00000006518057 0.00000003910871 0.00000002346538 0.00000001407930 0.00000000844761 0.00000000506858 0.00000000304115 0.00000000182469 0.00000000109482 0.00000000065689 0.00000000039413 0.00000000023648 0.00000000014189 0.00000000008513

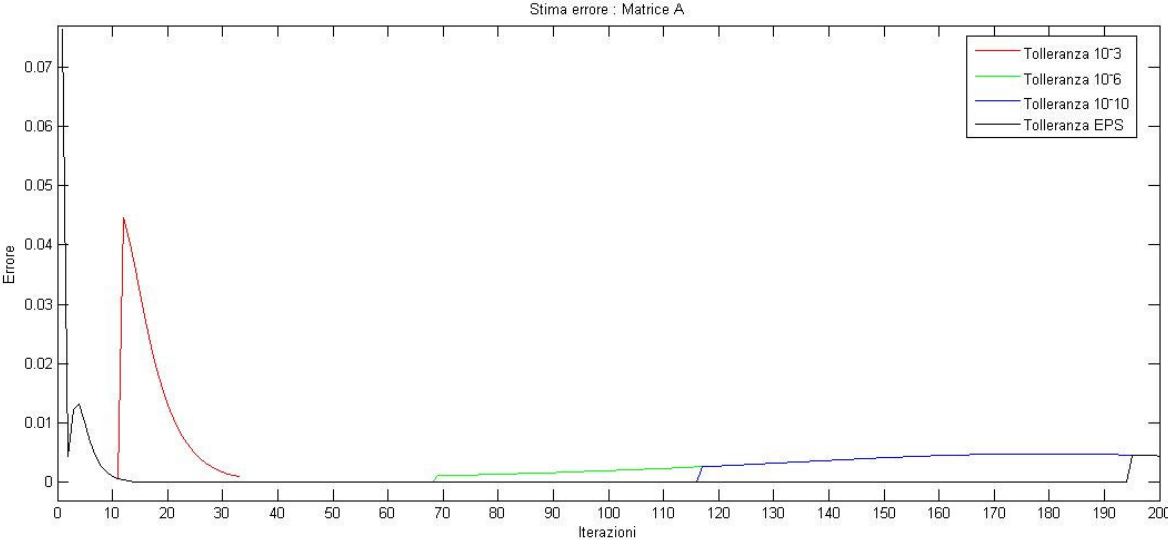
				0.00000000009985
EPS	57.50000000000011 10.49999999999994 10.29999999999965 8.50000000000021 6.50000000000011 5.49999999999979 4.50000000000001 3.49999999999995 2.50000000000003 1.50000000000014	2.213006858583997e-016	1812	0.07628193722136 0.00437423983416 0.01224935450301 0.01329749926477 0.01019438816314 0.00692675766612 0.00445079153205 0.00277868404988 0.00170757022758 0.00103986361116 0.00062983566770 0.00038022343735 0.00022905822251 0.00013780731956 0.00008283604550 0.00004976394733 0.00002988417252 0.00001794125544 0.00001076925671 0.00000646344838 0.00000387886868 0.00000232765972 0.00000139673947 0.00000083810474 0.00000050288884 0.00000030174439

			0.00000018105136
			0.00000010863284
			0.00000006518057
			0.00000003910871
			0.00000002346538
			0.00000001407930
			0.00000000844761
			0.00000000506858
			0.00000000304115
			0.00000000182469
			0.00000000109482
			0.00000000065689
			0.00000000039413
			0.00000000023648
			0.00000000014189
			0.00000000008513
			0.00000000005108
			0.00000000003065
			0.00000000001839
			0.00000000001103
			0.00000000000662
			0.00000000000397
			0.00000000000238
		
		
			0.00000000000000

Grafico della stima dell'errore per la matrice A :



Zoom



2) Matrice B

Autovalori generati dal comando in linea di Matlab:

```

10.000000000000000
0.999999999999998
8.000000000000003
2.000000000000003
2.999999999999997
3.999999999999997
5.000000000000003
5.999999999999999
7.000009000000001
7.000029999999999
    
```

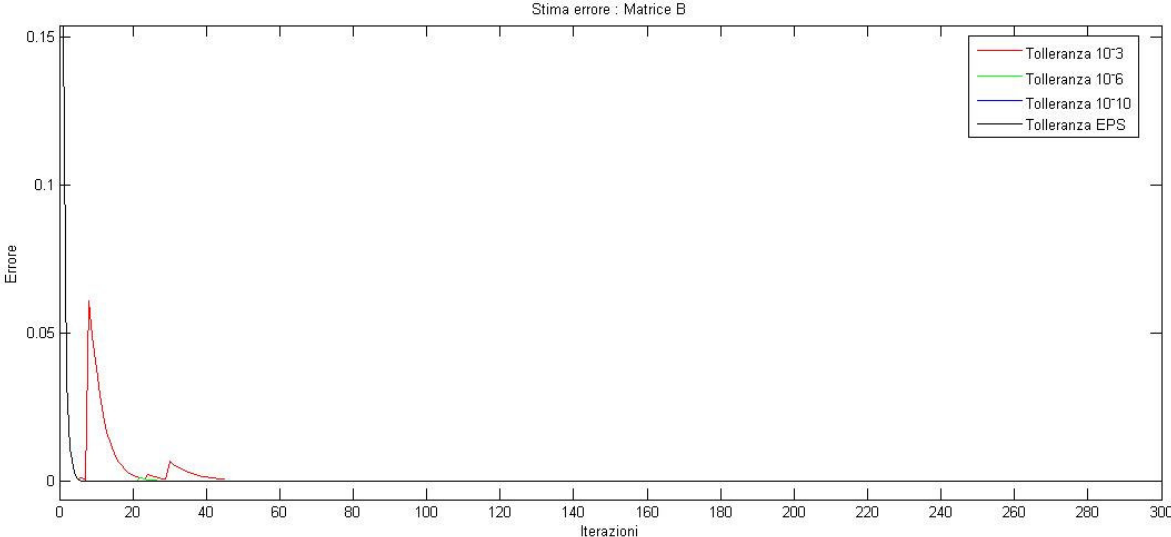
Tolleranza	Autovalori Funzione	Stima Errore	N° Iter	Stima degli Errori ad ogni iterazione
10^{-3}	9.99991915913062 8.00094715602469 7.00226312904294 6.99651203050504 5.99984319333861 4.99499201009740 4.00056521896838 2.99949619188022 2.00129340925014 1.00126458052193	9.669500452402436e-004	45	0.15345631745793 0.03395711212321 0.01109731231894 0.00325223448275 0.00087440956113 0.00125605178515 0.00059680019486 0.06110000145481 0.04908914925146 0.03828353860859 0.02931012169755 0.02220188021878 0.01672001554772 0.01255413630130 0.00941288802624 0.00705355755742 0.00528477660987 0.00395971796624 0.00296726146451 0.00222387467000 0.00166695833875 0.00124965855989 0.00093691722376 0.00225314006911 0.00188576709368 0.00157612344372

				0.00131599161516 0.00109799327713 0.00091563669088 0.00687986795920 0.00088029984673
10 ⁻⁶	9.9999999907631 8.00000115715097 7.00001582150588 7.00001617373128 5.99999942826433 4.99999494889694 4.00000085765241 2.99999944556285 1.99999100448910 0.99999840552800	9.690417584827148e- 007	96	0.15345631745793 0.03395711212321 0.01109731231894 0.00325223448275 0.00087440956113 0.00020418717563 0.00003000402849 0.00000758219861 0.00001096300663 0.00000778469392 0.00000463841654 0.00000256248311 0.00000136097098 0.00000070671820 0.00000856871916 0.00000569414749 0.00000379456881 0.00000253184420 0.00000169006017 0.00000112820527 0.00000075304409 0.00124965855989 0.00093691722376 0.00070249917933 0.00052676607039 0.00039501268793 0.00029622430146 0.00022214823039 0.00016659983849 0.00012494346202 0.00009370396672 0.00007027592292 0.00005270578242 0.00003952868147 0.00002964614081 0.00002223439638 0.00001667567904

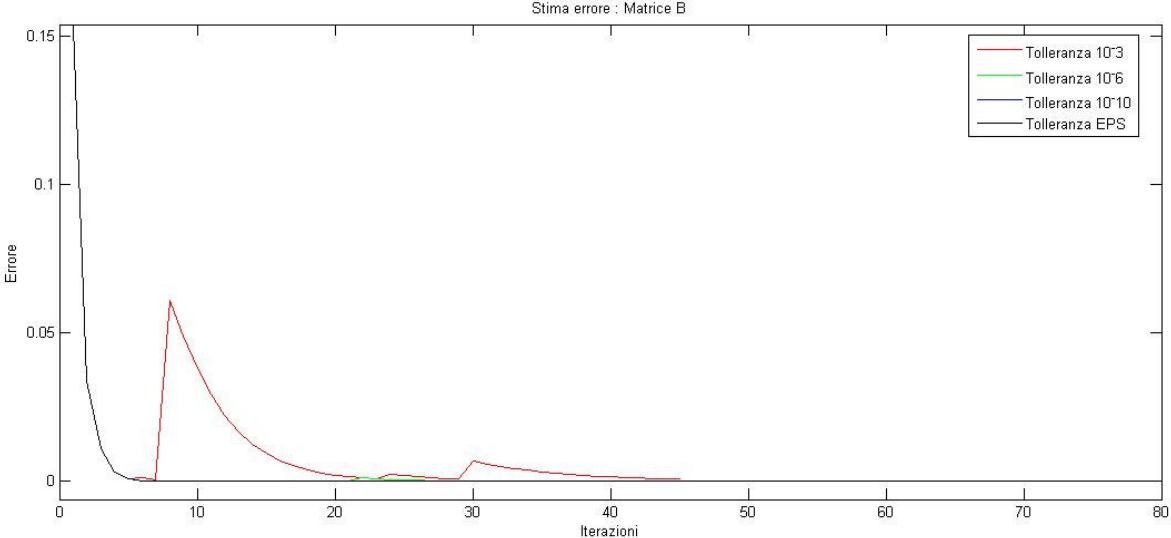
				0.00001250669245 0.00000937998155 0.00000703496480 0.00000527621151 0.00000395715179 0.00000296785997 0.00000222589279 0.00000166941835 0.00000125206306 0.00000093904689 0.00002860785753 0.00002383885722 0.00001986499389 0.00001655365579 0.00001379435872 0.00001149505096 0.00000957903589 0.00000798240902 0.00000665192325 0.00000554321070 0.00000461930143 0.00000384938947 0.00000320780484 0.00000267315701 0.00000222762134 0.00000185634453 0.00000154694921 0.00000128912118 0.00000107426545 0.00000089521969 0.00002063383035 0.00001768659849 0.00001516027838 0.00001299477108 0.00001113855526 0.00000954746381 0.00000818363475 0.00000701461166 0.00000601257224 0.00000515366697 0.00000441745205 0.00000096904176
10^{-10}	Non si è raggiunta	6.981978933077235e-	10000

	l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 10.000000000000001 8.000000000000005 7.00001380371471 7.00002519628407 5.99999999993643 4.99999999944526 4.00000000007281 2.99999999994425 1.9999999917577 0.99999999978947	007		
EPS	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 10.000000000000001 8.000000000000005 7.00001380371471 7.00002519628407 6.000000000000002 5.000000000000000 3.999999999999998 2.999999999999998 2.000000000000001 0.999999999999999	6.981978933077235e-007	10000

Grafico della stima dell'errore per la matrice B :



Zoom



3) Matrice C

Autovalori generati dal comando in linea di Matlab:

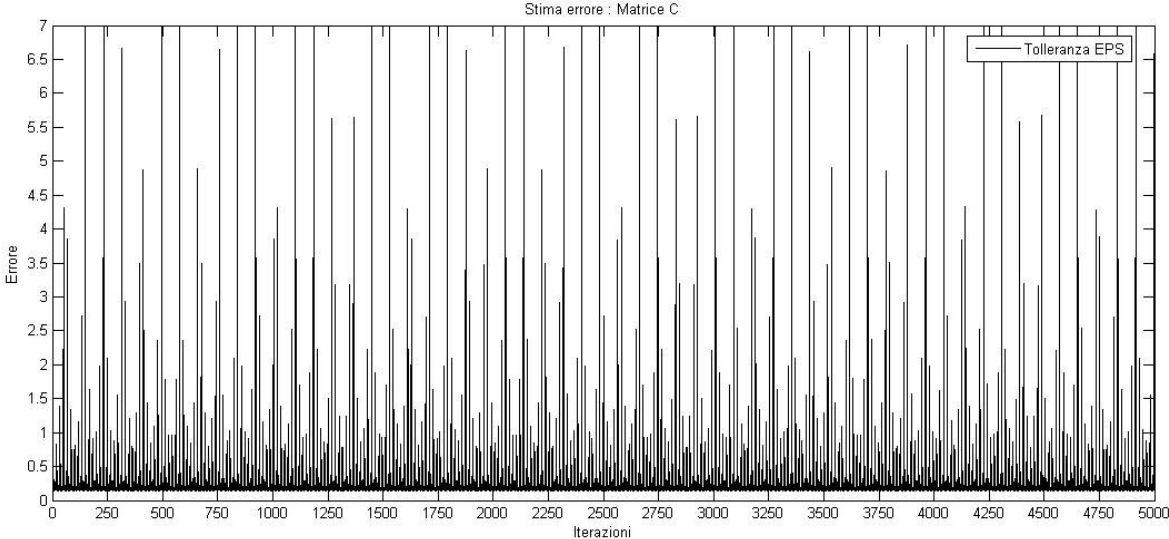
```

1.40000000000003 + 2.82665880502056i
1.40000000000003 - 2.82665880502056i
0.89999999999995
0.74000000000003
0.01400000000000 + 0.02826658805025i
0.01400000000000 - 0.02826658805025i
0.10000000000005
0.57999999999991
0.25999999999993
0.42000000000005
    
```

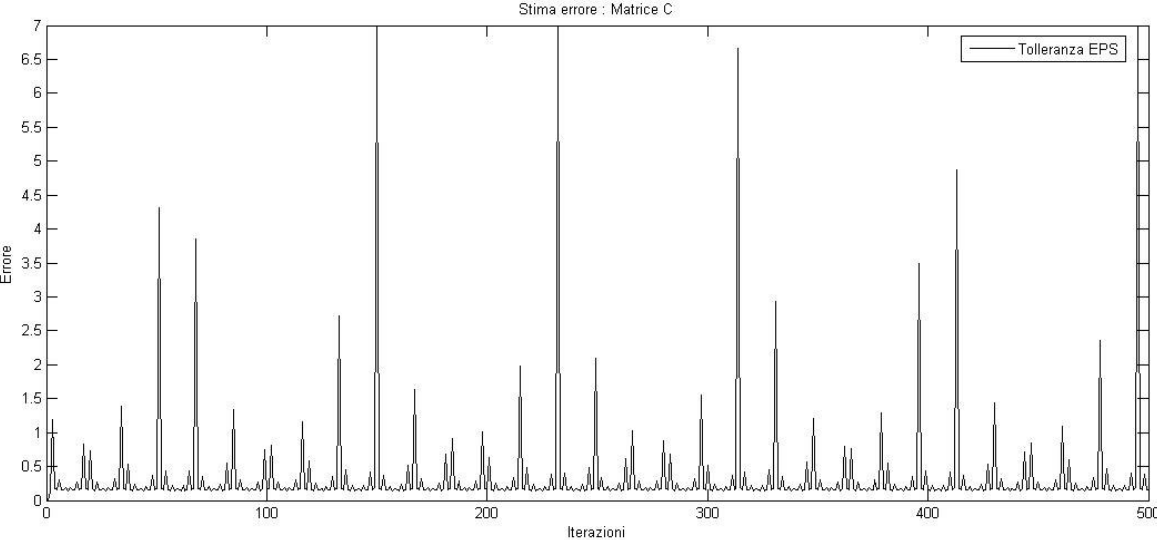
Tolleranza	Autovalori Funzione	Stima Errore	N° Iter	Stima degli Errori ad ogni iterazione
10 ⁻³	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 0.94966347114422 1.85033652885588 0.90000000000000 0.74000000000000 0.57999999999996 0.42000000000001 0.25999999999999 0.10000000000002 0.06278339675812 -0.03478339675812	0.37557606120375	10000
10 ⁻⁶	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 0.94966347114422 1.85033652885588 0.90000000000000 0.74000000000000 0.57999999999996 0.42000000000001 0.25999999999999 0.10000000000002	0.37557606120375	10000

	0.06278339675812 -0.03478339675812			
10 ⁻¹⁰	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 0.94966347114422 1.85033652885588 0.9000000000000000 0.7400000000000000 0.5799999999999996 0.4200000000000001 0.2599999999999999 0.1000000000000002 0.06278339675812 -0.03478339675812	0.37557606120375	10000
EPS	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 0.94966347114422 1.85033652885588 0.9000000000000000 0.7400000000000000 0.5799999999999996 0.4200000000000001 0.2599999999999999 0.1000000000000002 0.06278339675812 -0.03478339675812	0.37557606120375	10000

Grafico della stima dell'errore per la matrice C :



Zoom



4) Matrice D

Autovalori generati dal comando in linea di Matlab:

```

10.39999999999993
 5.80000000000010
 0.99999999999994
 0.81999999999984
 0.64000000000003
 0.46000000000007
 0.27999999999976
 0.01040000000011
 0.05800000000018
 0.10000000000006
    
```

Tolleranza	Autovalori Funzione	Stima Errore	N° Iter	Stima degli Errori ad ogni iterazione
10^{-3}	10.40000208286860 5.79999791713142 0.99952859533073 0.82048480897260 0.63877451369841 0.45991424846275 0.28005679592440 0.10032795761720 0.05767366023366 0.01048770293331	9.056135395175458e-004	24	0.00954393034937 0.01688527274119 0.00235326056747 0.00039465842552 0.00764907820931 0.00414429309894 0.00231726923897 0.00131690472057 0.00075503501398 0.00148892406120 0.00117219919979 0.00090561353952 0.00722783174630 0.00602541929495 0.00500697185557 0.00414986207487 0.00343225487197 0.00283393689204 0.00233673667037 0.00192466378730 0.00158386932384 0.00130250262823 0.00107051597366 0.00087945061329
10^{-6}	10.40000000000003 5.79999999999999	8.531800378130692e-007	59	0.00954393034937 0.01688527274119

	0.99999955301578		0.00235326056747
	0.82000044844846		0.00039465842552
	0.63999916701663		0.00006814566901
	0.46000006048435		0.00001195445524
	0.27999999532182		0.00000211674530
	0.10000027228606		0.00000037682410
	0.05799972771666		0.00075503501398
	0.01040009199931		0.00043503586070
			0.00025136312677
			0.00014547093173
			0.00008426609004
			0.00004883841817
			0.00002831422058
			0.00001641819421
			0.00000952118975
			0.00000552183174
			0.00000320250826
			0.00000185740294
			0.00000107727627
			0.00000062481437
			0.00000064310056
			0.00002213464671
			0.00001595827586
			0.00001149761792
			0.00000827945476
			0.00000595960184
			0.00000428838032
			0.00000308503662
			0.00000221892259
			0.00000159572263
			0.00000114741532
			0.00000082497968
			0.00009981280531
			0.00008185804187
			0.00006713125827
			0.00005505272321
			0.00004514661697
			0.00003702247597
			0.00003035992705
			0.00002489613625
			0.00002041549485
		
		
			0.00000085318004

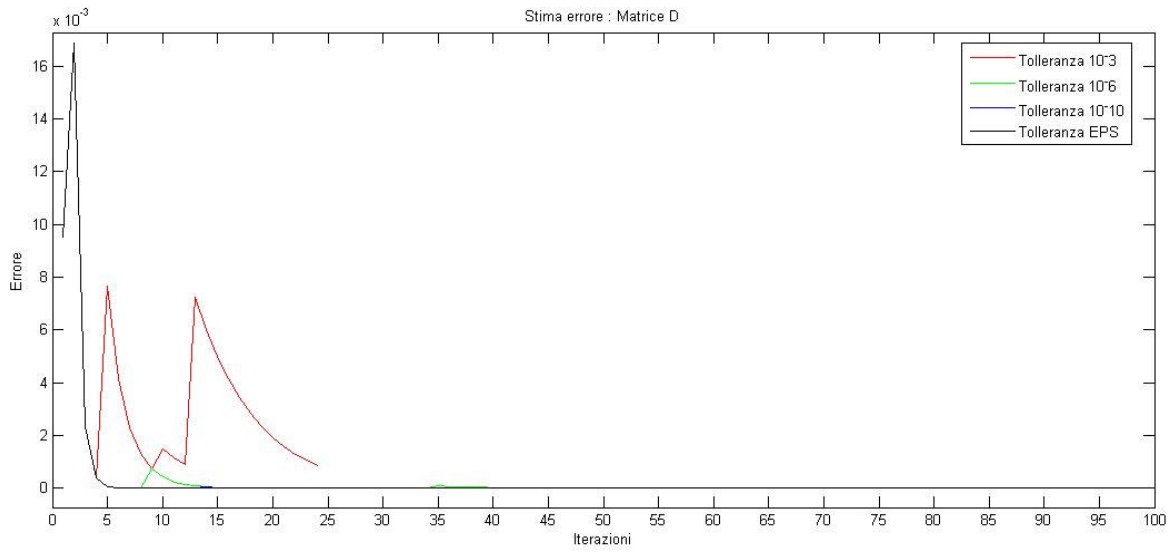
10 ⁻¹⁰	10.40000000000003 5.79999999999999 0.99999999995150 0.82000000004842 0.63999999992493 0.46000000000589 0.27999999999938 0.10000000002592 0.05799999997403 0.01040000001713	9.257212616739089e- 011	105	0.00954393034937 0.01688527274119 0.00235326056747 0.00039465842552 0.00006814566901 0.00001195445524 0.00000211674530 0.00000037682410 0.00000006728864 0.00000001203672 0.00000000215533 0.00000000038616 0.00000000006921 0.00004883841817 0.00002831422058 0.00001641819421 0.00000952118975 0.00000552183174 0.00000320250826 0.00000185740294 0.00000107727627 0.00000062481437 0.00000036239036 0.00000021018574 0.00000012190751 0.00000007070628 0.00000004100962 0.00000002378557 0.00000001379563 0.00000000800146 0.00000000464085 0.00000000269169 0.00000000156118 0.00000000090549 0.00000000052518 0.00000000030461 0.00000000017667 0.00000000010247 0.00000000005943 0.00000000013899 0.00000000008460 0.00000005881801 0.00000004227696 0.00000003038742
-------------------	---	----------------------------	-----	--

			0.00000002184143
			0.00000001569880
			0.00000001128366
			0.00000000811022
			0.00000000582927
			0.00000000418981
			0.00000000301144
			0.00000000216448
			0.00000000155573
			0.00000000111818
			0.00000000080369
			0.00000000057766
			0.00000000041519
			0.00000000029842
			0.00000000021449
			0.00000000015416
			0.00000000011081
			0.00000000007964
			0.000000000057116
			0.000000000044579
			0.000000000034794
			0.000000000027156
			0.000000000021195
			0.000000000016543
			0.000000000012911
			0.000000000010077
			0.000000000007865
			0.00000006465810
			0.00000005301965
			0.00000004347611
			0.00000003565041
			0.00000002923334
			0.00000002397134
			0.00000001965650
			0.00000001611833
			0.00000001321703
			0.00000001083797
			0.00000000888713
			0.00000000728745
			0.00000000597571
			0.00000000490008
		
		
			0.00000000009257

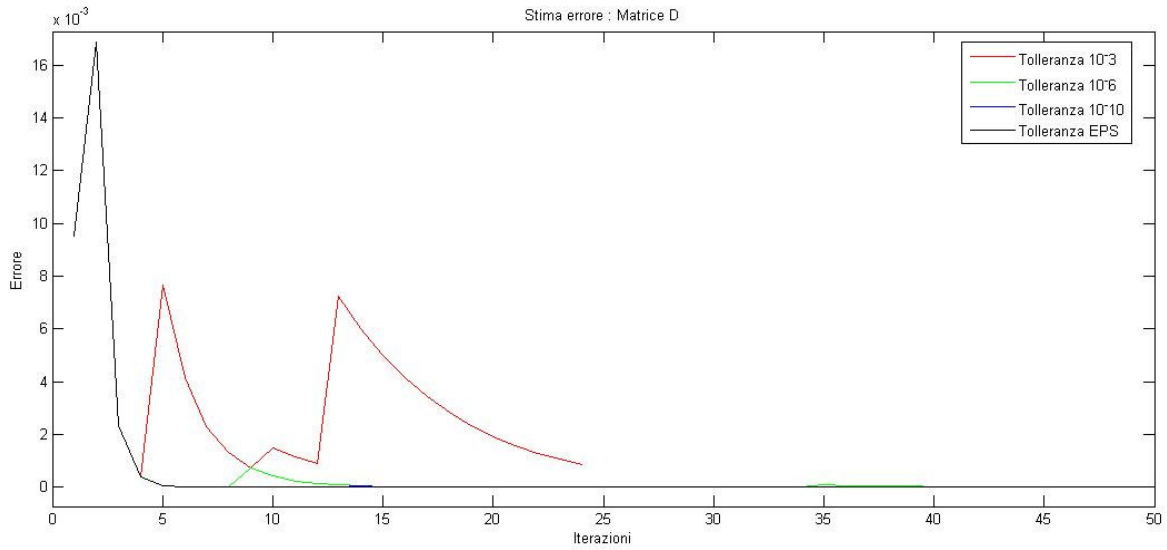
EPS	10.40000000000003 5.79999999999999 1.00000000000000 0.81999999999991 0.64000000000002 0.46000000000000 0.28000000000006 0.10000000000002 0.05799999999993 0.01040000000008	2.152113239806470e- 016	171	0.00954393034937 0.01688527274119 0.00235326056747 0.00039465842552 0.00006814566901 0.00001195445524 0.00000211674530 0.00000037682410 0.00000006728864 0.00000001203672 0.00000000215533 0.00000000038616 0.00000000006921 0.00000000001241 0.00000000000222 0.00000000000040 0.00000000000007 0.00000000000001 0.00000000000000 0.00000000000000 0.00000000000000 0.00000062481437 0.00000036239036 0.00000021018574 0.00000012190751 0.00000007070628 0.00000004100962 0.00000002378557 0.00000001379563 0.00000000800146 0.00000000464085 0.00000000269169 0.00000000156118 0.00000000090549 0.00000000052518 0.00000000030461 0.00000000017667 0.00000000010247 0.00000000005943 0.00000000003447 0.00000000001999 0.00000000001160 0.00000000000673 0.00000000000390
-----	---	----------------------------	-----	--

			0.00000000000226
			0.00000000000131
			0.00000000000076
			0.00000000000044
			0.00000000000026
			0.00000000000015
			0.00000000000009
			0.00000000000005
			0.00000000000003
			0.00000000000002
			0.00000000000001
			0.00000000000001
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.00000000000000
			0.000000000001098
			0.000000000000789
			0.000000000000567
			0.000000000000408
			0.000000000000293
			0.000000000000211
			0.000000000000151
		
		
			0.00000000000000

Grafico della stima dell'errore per la matrice D :



Zoom



5) Matrice E

Autovalori generati dal comando in linea di Matlab:

```

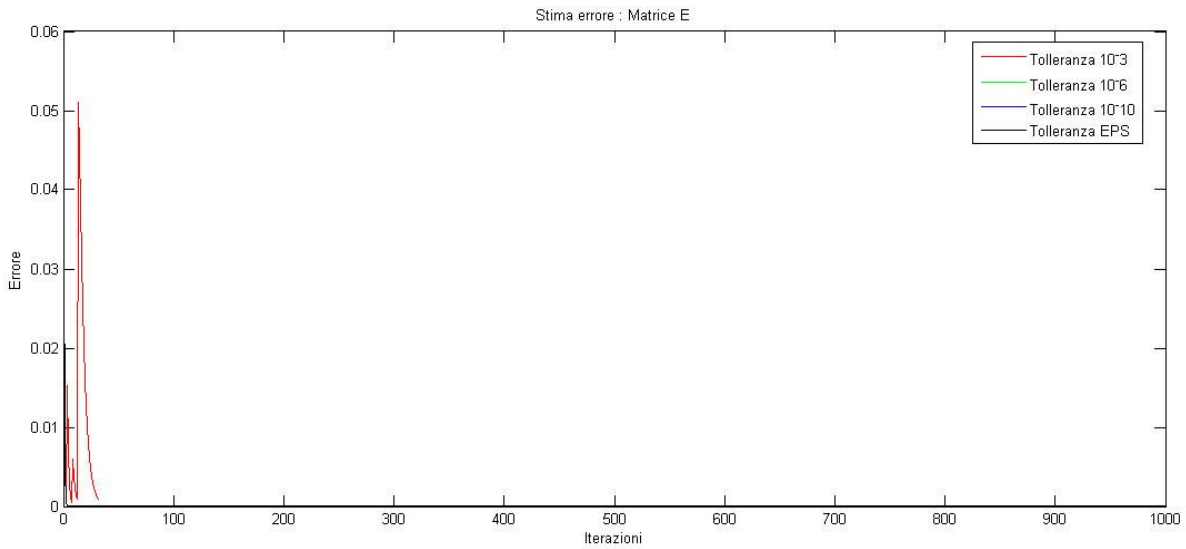
0.099999999999999
0.260000000000000
0.580000000000000
0.420000000000000
0.740000000000000
0.900000000000000
0.999999700000000
1.000000900000000
0.009999970000000
0.010000090000000
    
```

Tolleranza	Autovalori Funzione	Stima Errore	N° Iter	Stima degli Errori ad ogni iterazione
10^{-3}	0.99990663150295 1.00030185344798 0.89991799590158 0.73986784801539 0.58000622789034 0.42037669011873 0.25956175119477 0.10037144130631 0.00997655853051 0.00989481086468	8.924651344692571e-004	32	0.03664722842017 0.00460402131084 0.00058908866576 0.01522800927596 0.00698561574397 0.00292553365465 0.00117311694936 0.00046093091458 0.00604241055399 0.00368343843775 0.00225887569533 0.00139032283424 0.00085764633982 0.05106216672227 0.04485753228514 0.03799632311969 0.03135328676158 0.02541216793861 0.02035350096839 0.01617643912577 0.01279302273326 0.01008528535398 0.00793461756769 0.00623451959212 0.00489462754755 0.00384063522960

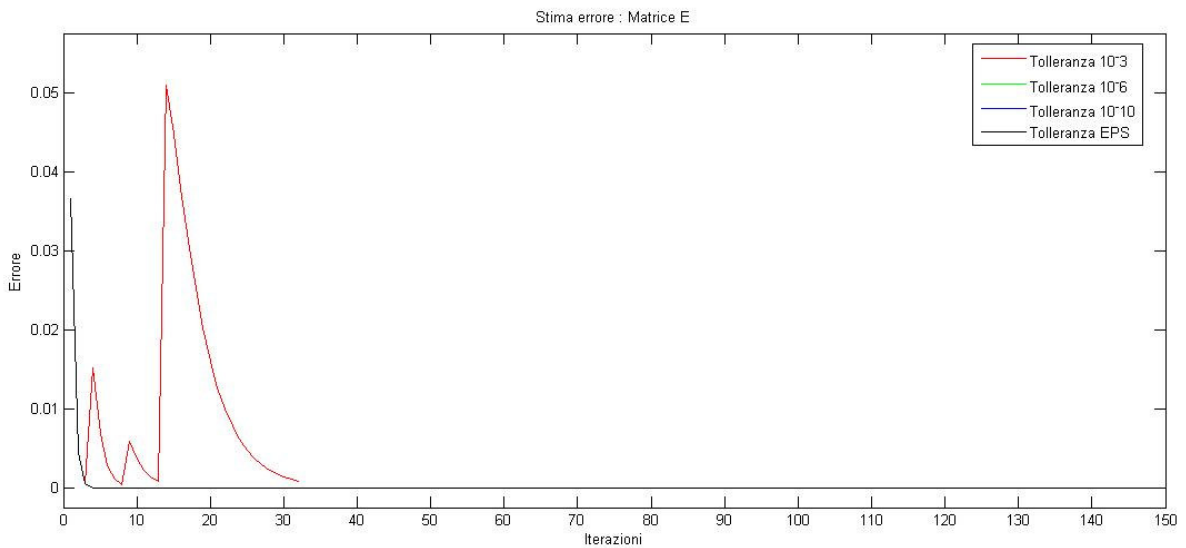
				0.00301254847090 0.00236245882849 0.00185236652535 0.00145225761039 0.00113848845876 0.00089246513447
10 ⁻⁶	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 1.00000029603657 1.00000030396314 0.9000000000000000 0.7400000000000000 0.5800000000000000 0.4200000000000000 0.2600000000000000 0.0999999999999999 0.01000002991067 0.01000003008933	1.265662028149786e-006	10000
10 ⁻¹⁰	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 1.00000029603657 1.00000030396314 0.9000000000000000 0.7400000000000000 0.5800000000000000 0.4200000000000000 0.2600000000000000 0.0999999999999999 0.01000002991067 0.01000003008933	1.265662028149786e-006	10000
EPS	Non si è raggiunta l'accuratezza richiesta in 10000 iterazioni 1.00000029603657 1.00000030396314 0.9000000000000000 0.7400000000000000 0.5800000000000000 0.4200000000000000	1.265662028149786e-006	10000

	0.260000000000000			
	0.099999999999999			
	0.01000002991067			
	0.01000003008933			

Grafico della stima dell'errore per la matrice E :



Zoom



Comandi per i test numerici del metodo QR

(Direttamente nella Command Window di Matlab)

```
>> % Chiamo la funzione sulla matrice A, passando in input la tolleranza richiesta  
>> [Afatt, autovalori, stima, errori, iterazioni]=metodo_qr(A, 10^-3)
```

Afatt =

1.0e+002 *

Columns 1 through 5

```
0.575000000000000 -0.86384428955843 0.57922870699510 0.30529299260432  
-0.06703884935232  
0.000000000000000 0.10303731695262 0.00004676454975 0.01455740386786  
0.03140188811510  
-0.000000000000000 0.00008890251182 0.10506098422189 -0.01642986621334  
-0.01257753732273  
-0.000000000000000 -0.00003766551479 0.00008243173030 0.08490213206594  
-0.00271151006631  
-0.000000000000000 -0.00000000800947 -0.00000000830344 0.00000331334474  
0.06500278886346  
0.000000000000000 0.00000000002086 -0.00000000002169 -0.00000000317400  
-0.00001253697435  
-0.000000000000000 -0.00000000000011 0.00000000000009 0.00000000000402  
0.00000005190350  
-0.000000000000000 -0.000000000000000 -0.000000000000000 0.000000000000000  
-0.00000000002830  
-0.000000000000000 0.000000000000000 -0.000000000000000 0.000000000000000  
-0.000000000000000  
-0.000000000000000 0.000000000000000 -0.000000000000000 0.000000000000000  
0.000000000000000
```

Columns 6 through 10

```
1.18690824997960 -0.87220219615470 -2.74211595836483 -2.88389351716571  
9.82286847719194  
-0.04092983452251 0.01141760984206 0.11712578253609 0.15328297994366  
-0.04530459981669  
0.00760811550632 0.00714472364361 0.04884421666461 -0.01506367988308  
-0.17346624787184
```


-0.06575050586077	-0.00496462410063	0.09540590684238	0.02170829825544
-0.50553415213763			
0.00265410139365	0.01228131382202	0.03693600027507	0.01538573482273
-0.02140859225680			
0.05500019077487	0.00034616958385	-0.02090484736052	-0.01282690277425
-0.01610353052224			
-0.00009747255351	0.04499688168907	0.00634450830068	0.03304025357170
-0.05720747140025			
-0.00000000883663	-0.00000048658345	0.03499972080119	0.01131212882035
-0.05944105792458			
-0.00000000000031	-0.00000000003237	-0.00000001354806	0.02499998452178
0.00323080301001			
-0.00000000000000	-0.00000000000000	-0.00000000000000	0.00000000033790
0.01500000010918			

autovalori =

57.50000000000011
10.30373169526221
10.50609842218887
8.49021320659378
6.50027888634615
5.50001907748694
4.49968816890739
3.50251051973218
2.49399485601975
1.50094042735289

stima =

9.747540713910830e-004

errori =

0.07628193722136
0.00437423983416
0.01224935450301
0.01329749926477
0.01019438816314
0.00692675766612
0.00445079153205

0.00277868404988
0.00170757022758
0.00103986361116
0.00062983566770
0.04455436338113
0.04108543398082
0.03665077286259
0.03187121730518
0.02719718645590
0.02289742831457
0.01909655254539
0.01582398449944
0.01305504375053
0.01073917429179
0.00881701459355
0.00722967364327
0.00592318005190
0.00485018268148
0.00397020051830
0.00324917542528
0.00265874162308
0.00217542688245
0.00177988918684
0.00145623279174
0.00119141676022
0.00097475407139

iterazioni =

33

```
>> % Creo il grafico degli errori
>> hold on
>> title('Stima errore : Matrice A')
>> plot(errori,'r')
>> legend('Tolleranza 10^-3')
>> ylabel('Errore')
>> xlabel('Iterazioni')
>>
>> % Questi passi vanno eseguiti per ciascuna tolleranza per ottenere
>> % il grafico degli errori per tale matrice
>>
```

Conclusioni

Dallo studio effettuato è possibile constatare come la *bontà* di un algoritmo sia dipendente dalle caratteristiche dell'input, nel nostro caso dalle matrici.

Infatti al variare delle cinque matrici testate, le funzioni rispondono in maniera differente in termini di accuratezza e convergenza. Abbiamo potuto notare come ad esempio, la matrice *C* abbia autovalori complessi che fanno sì che la stima dell'errore non si normalizzi e che quindi il procedimento manchi di convergenza.

Il procedimento, quindi l'algoritmo, risulta efficiente per una matrice come *D*; entrambi i metodi hanno dato ottimi risultati con tale matrice, raggiungendo la convergenza in un numero di iterazioni *accettabile*.

Possiamo infatti notare come l'algoritmo del metodo delle potenze raggiunga più *velocemente* la convergenza quando l'autovalore di modulo massimo è ben separato dagli altri, in altri termini quando l'autovalore massimo è molto più grande degli altri. Mentre il metodo QR raggiunge più *velocemente* la convergenza quanto più gli autovalori della matrice in esame sono spazati tra loro.

Possiamo quindi concludere che l'efficienza di un algoritmo numerico è dipendente dall'input e dalla sua complessità.

Bibliografia

FONDAMENTI DI CALCOLO NUMERICO

G.Monegato

1998 C.L.U.T. Editrice

INTRODUZIONE AL CALCOLO SCIENTIFICO

G.Naldi, L.Pareschi, G. Russo

2001 McGraw-Hill

Salerno 26 Novembre 2008